

2020 年河南省中考数学试卷

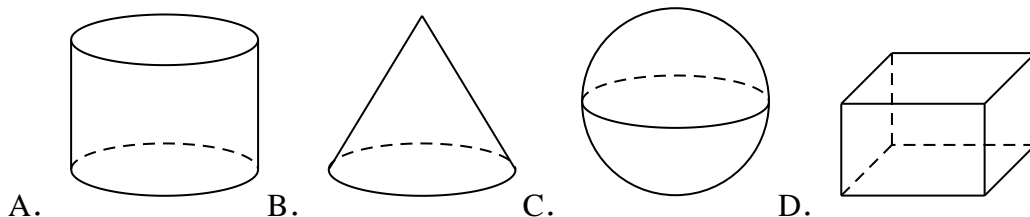
(满分 120 分, 考试时间 100 分钟)

一、选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

1. 2 的相反数是 ()

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

2. 如下摆放的几何体中, 主视图与左视图有可能不同的是 ()

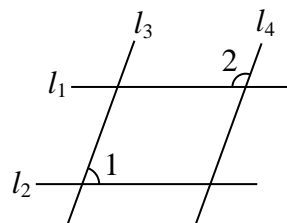


3. 要调查下列问题, 适合采用全面调查 (普查) 的是 ()

- A. 中央电视台《开学第一课》的收视率
B. 某城市居民 6 月份人均网上购物的次数
C. 即将发射的气象卫星的零部件质量
D. 某品牌新能源汽车的最大续航里程

4. 如图, $l_1 \parallel l_2$, $l_3 \parallel l_4$, 若 $\angle 1 = 70^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()

- A. 100° B. 110° C. 120° D. 130°



5. 电子文件的大小常用 B, KB, MB, GB 等作为单位, 其中 $1 \text{ GB} = 2^{10} \text{ MB}$, $1 \text{ MB} = 2^{10} \text{ KB}$, $1 \text{ KB} = 2^{10} \text{ B}$. 某视频文件的大小约为 1 GB, 1 GB 等于 ()

- A. 2^{30} B B. 8^{30} B C. $8 \times 10^{10} \text{ B}$ D. $2 \times 10^{30} \text{ B}$

6. 若点 $A(-1, y_1)$, $B(2, y_2)$, $C(3, y_3)$ 在反比例函数 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象上, 则 y_1 ,

y_2 , y_3 的大小关系是 ()

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_2 > y_3 > y_1$ C. $y_1 > y_3 > y_2$ D. $y_3 > y_2 > y_1$

7. 定义运算: $m \star n = mn^2 - mn - 1$. 例如: $4 \star 2 = 4 \times 2^2 - 4 \times 2 - 1 = 7$. 则方程 $1 \star x = 0$ 的根的情况为 ()

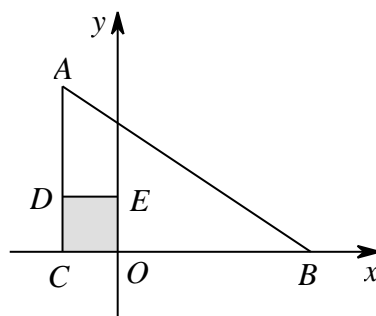
- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 无实数根 D. 只有一个实数根

8. 国家统计局统计数据显示，我国快递业务收入逐年增加. 2017 年至 2019 年我国快递业务收入由 5 000 亿元增加到 7 500 亿元. 设我国 2017 年至 2019 年快递业务收入的年平均增长率为 x ，则可列方程为 ()

- A. $5\,000(1+2x)=7\,500$ B. $5\,000 \times 2(1+x)=7\,500$
 C. $5\,000(1+x)^2=7\,500$ D. $5\,000+5\,000(1+x)+5\,000(1+x)^2=7\,500$

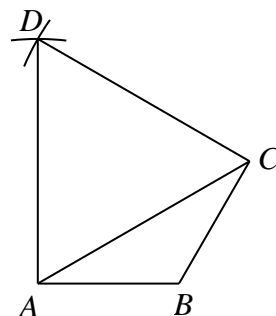
9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，边 BC 在 x 轴上，顶点 A, B 的坐标分别为 $(-2, 6)$ 和 $(7, 0)$. 将正方形 $OCDE$ 沿 x 轴向右平移，当点 E 落在 AB 边上时，点 D 的坐标为 ()

- A. $(\frac{3}{2}, 2)$ B. $(2, 2)$ C. $(\frac{11}{4}, 2)$ D. $(4, 2)$



10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=BC=\sqrt{3}$ ， $\angle BAC=30^\circ$ ，分别以点 A, C 为圆心， AC 的长为半径作弧，两弧交于点 D ，连接 DA, DC ，则四边形 $ABCD$ 的面积为 ()

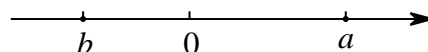
- A. $6\sqrt{3}$ B. 9 C. 6 D. $3\sqrt{3}$



二、填空题 (每小题 3 分，共 15 分)

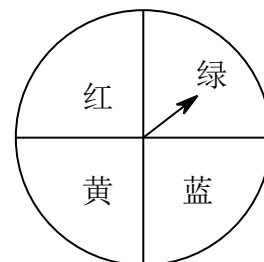
11. 请写出一个大于 1 且小于 2 的无理数_____.

12. 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ ，其中 a, b 在数轴上的对应点如图所示，则这个不等式组的解集为_____.

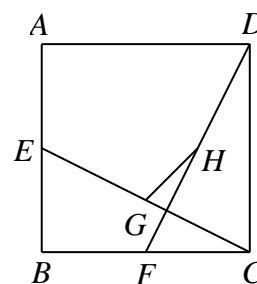


13. 如图所示的转盘，被分成面积相等的四个扇形，分别涂有红、黄、蓝、绿四

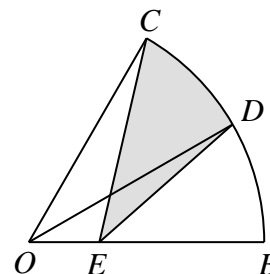
种颜色. 固定指针, 自由转动转盘两次, 每次停止后, 记下指针所指区域 (指针指向区域分界线时, 忽略不计) 的颜色, 则两次颜色相同的概率是_____.



14. 如图, 在边长为 $2\sqrt{2}$ 的正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别是边 AB, BC 的中点, 连接 EC, FD , 点 G, H 分别是 EC, FD 的中点, 连接 GH , 则 GH 的长度为_____.



15. 如图, 在扇形 BOC 中, $\angle BOC=60^\circ$, OD 平分 $\angle BOC$ 交 \widehat{BC} 于点 D , 点 E 为半径 OB 上一动点. 若 $OB=2$, 则阴影部分周长的最小值为_____.



三、解答题 (本大题共 8 个小题, 满分 75 分)

16. (8 分) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{1}{a+1}) \div \frac{a}{a^2-1}$, 其中 $a = \sqrt{5} + 1$.

17. (9分) 为发展乡村经济, 某村根据本地特色, 创办了山药粉加工厂. 该厂需购置一台分装机, 计划从商家推荐试用的甲、乙两台不同品牌的分装机中选择. 试用时, 设定分装的标准质量为每袋 500 g, 与之相差大于 10 g 为不合格. 为检验分装效果, 工厂对这两台机器分装的成品进行了抽样和分析, 过程如下:

【收集数据】从甲、乙两台机器分装的成品中各随机抽取 20 袋, 测得实际质量 (单位: g) 如下:

甲: 501 497 498 502 513 489 506 490 505 486

502 503 498 497 491 500 505 502 504 505

乙: 505 499 502 491 487 506 493 505 499 498

502 503 501 490 501 502 511 499 499 501

【整理数据】整理以上数据, 得到每袋质量 x (g) 的频数分布表.

频数 机器	质量 $485 \leq x < 490$	$490 \leq x < 495$	$495 \leq x < 500$	$500 \leq x < 505$	$505 \leq x < 510$	$510 \leq x < 515$
甲	2	2	4	7	4	1
乙	1	3	5	7	3	1

【分析数据】根据以上数据, 得到以下统计量.

统计量 机器	平均数	中位数	方差	不合格率
甲	499.7	501.5	42.01	b
乙	499.7	a	31.81	10%

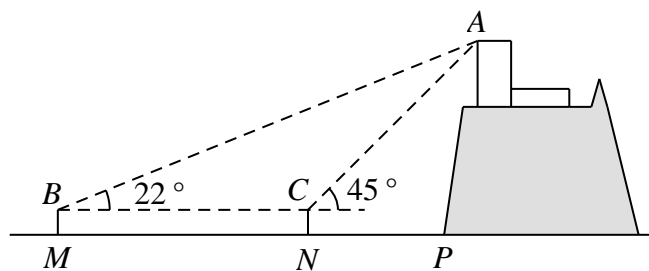
根据以上信息, 回答下列问题:

- (1) 表格中的 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 综合上表中的统计量, 判断工厂应选购哪一台分装机, 并说明理由.

18. (9分) 位于河南省登封市境内的元代观星台，是中国现存最早的天文台，也是世界文化遗产之一。

某校数学社团的同学们使用卷尺和自制的测角仪测量观星台的高度。如图所示，他们在地面一条水平步道 MP 上架设测角仪，现在点 M 处测得观星台最高点 A 的仰角为 22° ，然后沿 MP 方向前进 16 m 到达点 N 处，测得点 A 的仰角为 45° 。测角仪的高度为 1.6 m。

- (1) 求观星台最高点 A 距离地面的高度 (结果精确到 0.1 m。参考数据： $\sin 22^\circ \approx 0.37$, $\cos 22^\circ \approx 0.93$, $\tan 22^\circ \approx 0.40$, $\sqrt{2} \approx 1.41$)；
- (2) “景点简介”显示，观星台的高度为 12.6 m。请计算本次测量结果的误差，并提出一条减小误差的合理化建议。



19. (9分) 暑假将至, 某健身俱乐部面向学生推出暑期优惠活动, 活动方案如下:

方案一: 购买一张学生暑期专享卡, 每次健身费用按六折优惠;

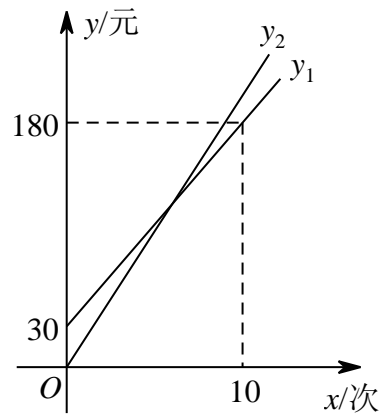
方案二: 不购买学生暑假专享卡, 每次健身费用按八折优惠.

设某学生暑期健身 x (次), 按照方案一所需费用为 y_1 (元), 且 $y_1=k_1x+b$; 按照方案二所需费用为 y_2 (元), 且 $y_2=k_2x$. 其函数图象如图所示.

(1) 求 k_1 和 b 的值, 并说明它们的实际意义;

(2) 求打折前的每次健身费用和 k_2 的值;

(3) 八年级学生小华计划暑期前往该俱乐部健身 8 次, 应选择哪种方案所需费用更少? 说明理由.



20. (9分) 我们学习过利用尺规作图平分一个任意角，而“利用尺规作图三等分一个任意角”曾是数学史上的一大难题，之后被数学家证明是不可能完成的。人们根据实际需要，发明了一种简易操作工具——三分角器。图1是它的示意图，其中 AB 与半圆 O 的直径 BC 在同一直线上，且 AB 的长度与半圆的半径相等； DB 和 AC 垂直于点 B ， DB 足够长。

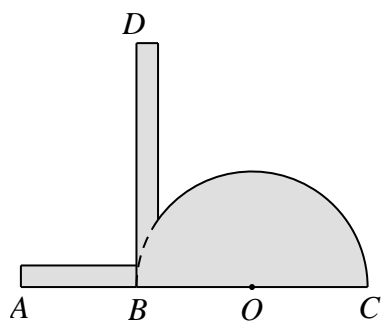


图1

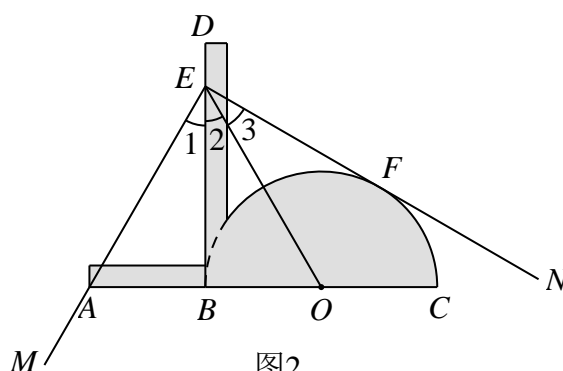


图2

使用方法如图2所示，若要把 $\angle MEN$ 三等分，只需适当放置三分角器，使 DB 经过 $\angle MEN$ 的顶点 E ，点 A 落在边 EM 上，半圆 O 与另一边 EN 恰好相切，切点为 F ，则 EB ， EO 就把 $\angle MEN$ 三等分了。

为了说明这一方法的正确性，需要对其进行证明。如下给出了不完整的“已知”和“求证”，请补充完整，并写出“证明”过程。

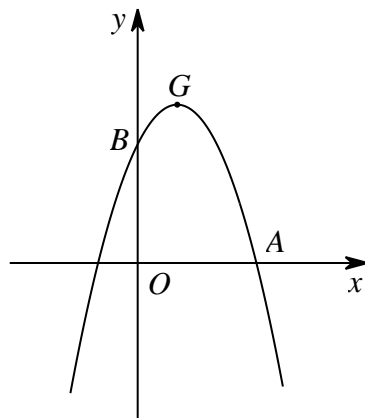
已知：如图2，点 A, B, O, C 在同一直线上， $EB \perp AC$ ，垂足为点 B ，_____。

求证：_____。

21. (10分)如图, 抛物线 $y = -x^2 + 2x + c$ 与 x 轴正半轴, y 轴正半轴分别交于点 A , B , 且 $OA = OB$, 点 G 为抛物线的顶点.

(1) 求抛物线的解析式及点 G 的坐标;

(2) 点 M, N 为抛物线上两点 (点 M 在点 N 的左侧), 且到对称轴的距离分别为 3 个单位长度和 5 个单位长度, 点 Q 为抛物线上点 M, N 之间 (含点 M, N) 的一个动点, 求点 Q 的纵坐标 y_Q 的取值范围.



22. (10分) 小亮在学习中遇到这样一个问题:

如图, 点 D 是 \widehat{BC} 上一动点, 线段 $BC=8\text{ cm}$, 点 A 是线段 BC 的中点, 过点 C 作 $CF\parallel BD$, 交 DA 的延长线于点 F . 当 $\triangle DCF$ 为等腰三角形时, 求线段 BD 的长度.

小亮分析发现, 此问题很难通过常规的推理计算彻底解决, 于是尝试结合学习函数的经验研究此问题, 请将下面的探究过程补充完整:

(1) 根据点 D 在 \widehat{BC} 上的不同位置, 画出相应的图形, 测量线段 BD , CD , FD 的长度, 得到下表的几组对应值.

BD/cm	0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0
CD/cm	8.0	7.7	7.2	6.6	5.9	a	3.9	2.4	0
FD/cm	8.0	7.4	6.9	6.5	6.1	6.0	6.2	6.7	8.0

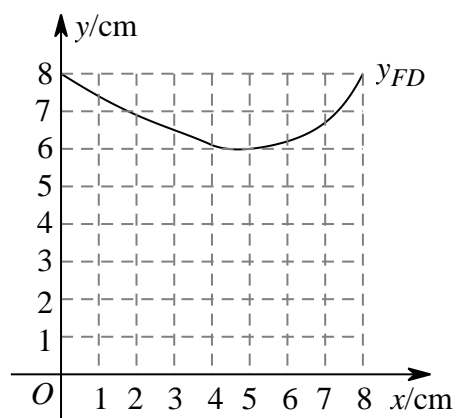
操作中发现:

① “当点 D 为 \widehat{BC} 的中点时, $BD=5.0\text{ cm}$ ”, 则上表中 a 的值是_____;

② “线段 CF 的长度无需测量即可得到”, 请简要说明理由.

(2) 将线段 BD 的长度作为自变量 x , CD 和 FD 的长度都是 x 的函数, 分别记为 y_{CD} 和 y_{FD} , 并在平面直角坐标系 xOy 中画出了函数 y_{FD} 的图象, 如图所示. 请在同一坐标系中画出函数 y_{CD} 的图象;

(3) 继续在同一坐标系中画出所需的函数图象, 并结合图象直接写出: 当 $\triangle DCF$ 为等腰三角形时, 线段 BD 长度的近似值 (结果保留一位小数).



23. (11分)将正方形 $ABCD$ 的边 AB 绕点 A 逆时针旋转至 AB' , 记旋转角为 α , 连接 BB' , 过点 D 作 DE 垂直于直线 BB' , 垂足为点 E , 连接 DB' , CE .

(1)如图 1, 当 $\alpha=60^\circ$ 时, $\triangle DEB'$ 的形状为_____, 连接 BD , 可求出 $\frac{BB'}{CE}$ 的值为_____;

(2)当 $0^\circ < \alpha < 360^\circ$ 且 $\alpha \neq 90^\circ$ 时,

①(1)中的两个结论是否仍然成立? 如果成立, 请仅就图 2 的情形进行证明; 如果不成立, 请说明理由;

②当以点 B', E, C, D 为顶点的四边形是平行四边形时, 请直接写出 $\frac{BE}{B'E}$ 的值.

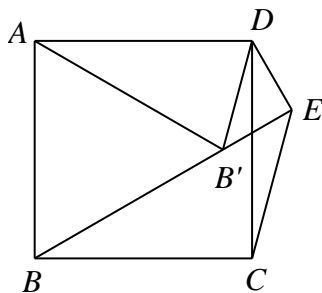


图1

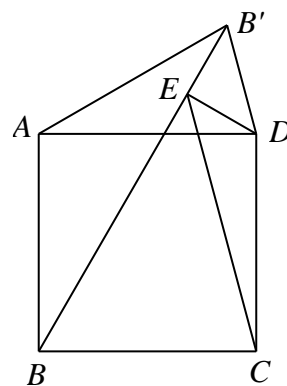


图2